

1. Téma

Finančná matematika

Časová hodnota peňazí

2. Vyučovaci predmet, odporúčaná veková kategória

Základy spoločenských vied, Osobné a rodinné financie, Matematika

2. stupeň ZŠ, nižší stupeň viacročných gymnázií

3. Kľúčové slová

peniaze, časová hodnota peňazí, súčasná hodnota, budúca hodnota.

4. Ciele

- pochopiť, že hodnota peňazí sa mení v čase,
- naučiť sa porovnávať investičné príležitosti s platbami v rôznych časových okamihoch.

5. Základné pojmy

Koncept **časovej hodnoty peňazí** (time value of money) je základom modernej teórie financií. Znamená, že peniaze majú v čase rôznu hodnotu, teda ju v čase menia. Vďaka časovej hodnote peňazí sme schopní porovnávať rôzne investičné (alebo úverové) príležitosti s platbami v rozdielnych časových okamihoch, napríklad:

- je výhodnejší leasing auta so splatnosťou 2, 3 alebo 4 roky?
- je lepšia nízka akontácia u leasingu a vyššie mesačné splátky alebo vysoká akontácia a nižšie splátky?
- koľko peňazí musím dnes uložiť do banky (pri úrokovej sadzbe x % p.a.), aby som si za 4 roky mohol kúpiť auto za 16 000 Eur?
- je výhodnejšia hypotéka s krátkou splatnosťou (vyššie splátky, ale zaplatím menej na úrokoch) alebo s dlhou splatnosťou (nižšie splátky, ale na úrokoch zaplatím viac)?

Princíp časovej hodnoty peňazí žiaci najlepšie pochopia na príklade č. 1 (viď nižšie).

Základné pravidlo vo financiách znie: „1 euro dnes má väčšiu hodnotu ako 1 euro zajtra“. T.j. kúpim si dnes zaň viac než zajtra. Je to tak preto, lebo 1 euro, ktoré držím v ruke dnes, môžem investovať a do zajtra mi zarobí určitý úrok. Vo financiách toto pravidlo nazývame **súčasná hodnota peňazí**.

Budúca hodnota (future value) vyjadruje hodnotu peňazí v budúcnosti - ako sme už písali v Metodickom liste číslo 5.

Medzi oboma pojmami je úzky vzťah. Ak chcem napr. za 4 roky kúpiť auto za 16 000 Eur (budúca hodnota), tak musím dnes vložiť do banky asi 14 770 Eur pri úrokovej miere (sadzbe) 2 % ročne (súčasná hodnota). Môžeme povedať:

- a) súčasná hodnota 16 000 Eur, ktoré dostanem za 4 roky, je 14 770 Eur, ak je úroková miera (cena peňazí) 2 % ročne.
- b) budúca hodnota dnešných 14 770 Eur za 4 roky pri cene peňazí 2 % p.a. je 16 000 Eur.
- c) 14 770 Eur dnes je to isté ako 16 000 Eur za 4 roky pri cene peňazí 2 % p.a.

Vzťah medzi budúcou a súčasnou hodnotou môžeme vyjadriť matematicky:

$$BH = SH * (1 + i)^t$$

BH – budúca hodnota

SH – súčasná hodnota

i – úroková miera, cena peňazí (interest rate)

t – čas, počet rokov medzi súčasnou a budúcou hodnotou (time)

Opačný vzťah medzi súčasnou a budúcou hodnotou možno jednoducho odvodiť:

$$SH = \frac{BH}{(1+i)^t}$$

Takto upravený vzorec budeme používať pri ďalších výpočtoch.

Najčastejšie chyby, ktoré domácnosti z neznalosti časovej hodnoty peňazí robia:

- hodnotia výhodnosť leasingu auta na základe leasingového koeficientu,
- u hypoték sa rozhodujú podľa zásady „o koľko úver preplatím na úrokoch“,
- podceňujú vplyv inflácie v dlhodobom horizonte (uvažujú podľa šablóny: „za 20 rokov mi skončí dôchodkové pripoistenie, budem tam mať nasporené 25 000 Eur, čo mi bude stačiť...“ Namiesto toho, aby si kládli otázku „a čo si za tých 25 000 Eur za 20 rokov dokážem kúpiť?“)

Tieto otázky budú postupne zodpovedané v **nasledujúcich Metodických listoch**.

6. Cvičenie

Cvičenie 1: časová hodnota peňazí

a) Ste na brigáde a majiteľ firmy vám ponúka vyplatiť mzdu ihneď po skončení brigády alebo rovnakú sumu až po mesiaci. (Firma je solventná, majiteľ spoľahlivý, nehrozí riziko, že vám za mesiac nezaplatí) Čo si vyberiete?

Je úplne logické, že takmer všetci žiaci zvolia možnosť vyplatiť mzdu hneď.

b) b) Prečo chcete radšej peniaze hneď?

Pretože skoršie peniaze majú pre nás vyššiu hodnotu ako peniaze neskôr = peniaze majú časovú hodnotu.

c) c) Predbežný záver:

Ľudia preferujú peniaze, ktoré dostanú skôr, pred peniazmi, ktoré dostanú neskôr.

d) d) Uvažujme teraz priamo s číslami. Na brigáde ste si zarobili 400 Eur. Majiteľ firmy vám vyplatí 405 Eur, keď počkáte s výplatom 1 mesiac. Kto z vás by teraz ten 1 mesiac počkal? Budete mať 5 Eur zadarmo!

Väčšina študentov bude stále chcieť vyplatiť peniaze hneď.

e) e) A čo keď vám ponúkne 400 Eur teraz alebo 410 Eur za mesiac? Kto by už počkal?

Pýtajte sa žiakov jednotlivo alebo dajte hlasovať, kto je pre HNEĎ a kto pre POČKAŤ.

Potom sa niektorých z nich opýtajte, aby svoj názor zdôvodnili. Ved' sa im ich výplata za mesiac zhodnotí o viac než 2%, t.j. o viac než 24% ročne!

Potom opäť zvýšte ponuku na 415 Eur, 420 Eur, 425 Eur. Len čo väčšina začne uvažovať o tom, že by už počkali, definujte záver:

Časová hodnota peňazí je individuálna, každý z nás vníma hodnotu peňazí inak. Hodnota peňazí, teda ich kúpna sila, sa mení aj v čase. Iná hodnota peňazí je v situácii, kedy peniaze budem potrebovať až o 2 mesiace, a iná je v okamihu, keď peniaze z brigády potrebujem na dovolenku, ktorá začína o týždeň.

7. Príklad

Príklad 2: Predaj rodinného domu

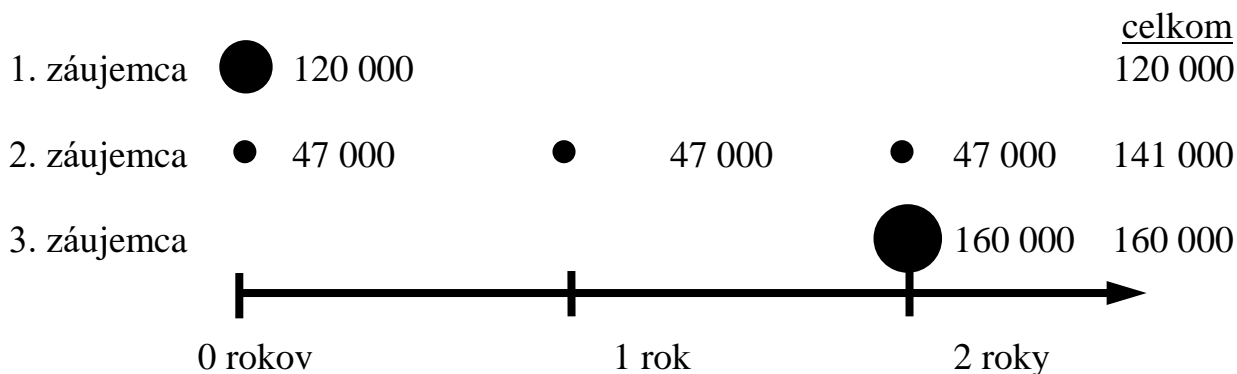
Predstavte si, že som zdedil rodinný dom, ktorý chcem teraz predat'. Mám 3 záujemcov o kúpu.

1. záujemca mi ponúka zaplatiť 120 000 Eur hneď,
2. záujemca toľko peňazí nemá a zaplatil by mi v 3 splátkach po 47 000 Eur. 1. splátku hneď, druhú po roku a tretiu po 2 rokoch. To znamená, že by mi zaplatil celkom 141 000 Eur, to je o 21 000 Eur viac ako 1. záujemca.
3. záujemca mi dá dokonca 160 000 Eur, t.j. o ďalších 19 000 Eur viac, ale peniaze uloží u notára a dostanem ich presne za 2 roky.

Porad'te, ktorú ponuku mám využiť, ktorú by ste mi odporučili?

Postup riešenia:

Na tabuli zároveň so zadaním kreslite nasledujúcu schému:

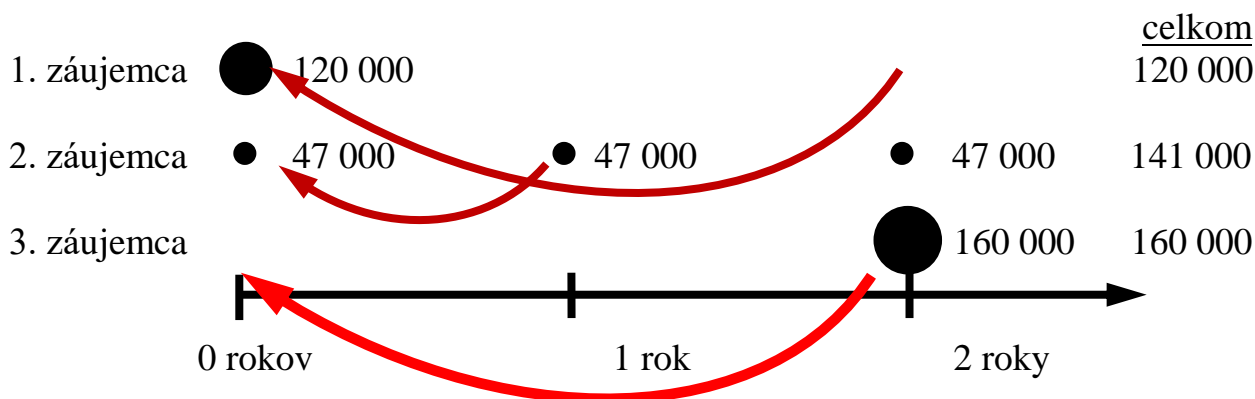


Potom pokračujte v riešení:

Je jasné, že sumy nemôžeme len tak sčítat', pretože 47 000 Eur dnes je niečo iné ako 47 000 Eur za rok a niečo iné ako 47 000 Eur za 2 roky. Rovnako tak nemôžeme sčítat' jablká a hrušky, alebo lepšie, jablká tohtoročné s jablkami, ktoré sa urodia až za 2 roky.

Ako na to? Potrebujeme zistiť, akej dnešnej čiastke zodpovedá 47 000 Eur, ktoré dostanem za rok, čiže aká je súčasná hodnota 47 000 Eur, ktoré dostanem za rok.

Zároveň tieto slová sprevádzajte nakreslením šípky (vid' schéma na ďalšej strane). Rovnako pokračujme aj u ďalších budúcich platbách (platby 47 000 Eur za 2 roky aj 160 000 Eur u 3. záujemcu). Zdôrazňujte, že ide o prevod BUDÚCEJ HODNOTY 160 000 Eur na jej súčasnú hodnotu, ktorú zatiaľ nepoznáme a musíme ju zistiť.



Potom pokračujte:

Až potom môžeme jednotlivé ponuky porovnať.

A ako ich porovnať? K tomu nám slúži tento vzorec (*napište na tabuľu*):

$$SH = \frac{BH}{(1+i)^t}$$

Podme teda spočítať, aká je súčasná hodnota všetkých troch ponúk, nech ich môžeme porovnať a rozhodnúť sa, ktorú z nich mám využiť. Za "i" dosadíme 10%, čo zodpovedá tomu, na čo by som peniaze získané predajom použil: investoval by som ich do akciových fondov s očakávanou výnosnosťou 10% ročne.

Prvá ponuka:

$$SH_1 = \frac{120\,000}{(1+i)^0} = \frac{120\,000}{1} = \mathbf{120\,000}$$

Potom vypoč. SH 2. ponuky:

$$SH_2 = \frac{47\,000}{(1+0,1)^0} + \frac{47\,000}{(1+0,1)^1} + \frac{47\,000}{(1+0,1)^2} = \mathbf{128\,570}$$

Nakoniec zistite SH 3. ponuky:

$$SH_3 = \frac{0}{(1+0,1)^0} + \frac{0}{(1+0,1)^1} + \frac{160\,000}{(1+0,1)^2} = \mathbf{132\,231}$$

Tak ktorú ponuku by ste mi odporučili? 1., 2. alebo 3.?

Z hľadiska finančného prínosu vychádza najlepšie 3. ponuka, ale niektorí študenti budú napriek tomu odporúčať 1. ponuku. Opýtajte sa ich, prečo.

Pravdepodobne odpovedia, že kvôli tomu, že 1. ponuka je menej riziková ako 3. ponuka.

Potom môžete opäť prepočítať celý príklad a za "i"

	10%	15%	20%
SH1	€ 120 000	€ 120 000	€ 120 000
SH2	€ 128 570	€ 123 408	€ 118 806
SH3	€ 132 231	€ 120 983	€ 111 111

dosadíte 15% (10% výnos + 5% riziková prirážka) a nakoniec 20% (10% výnos + 10% riziková prémie). Všetky výsledky komentujte (stojí to za to 😊).

Na rastúcu cenu peňazí ("i") doplácajú ponuky s neskoršími peňažnými tokmi - 2. ponuka a hlavne 3. ponuka. Môžeme to komentovať aj tak, že čím je 3. ponuka rizikovejšia, tým je pre mňa menej zaujímavá. 1. ponuka je "imúnna" voči cene peňazí, pretože všetky peniaze dostanem hneď a súčasná hodnota 120 000 eur, ktoré dostanem dnes, je vždy 120 000 eur.